

Aufgabe 1: Frequenzspektren

10 Schwingungen eines Tonsignals $u(t)$ mit der Trägerfrequenz $f = 1$ kHz werden übertragen:

$$u(t) = \begin{cases} u_0 \sin(2\pi ft) & 0 \leq t \leq 10 \text{ ms} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (1)$$

- Berechnen Sie das Frequenzspektrum des Signals.
- Welcher Frequenzbereich muss mindestens übertragen werden, damit ein Empfänger noch die ursprüngliche Dauer des Rechteckpulses abschätzen kann?
Hinweis: Man nimmt an, dass die Dauer des Rechteckpulses noch abgeschätzt werden kann, wenn die erste Nullstelle im Spektrum oberhalb der Trägerfrequenz noch übertragen wird.

Aufgabe 2: Kugelwelle

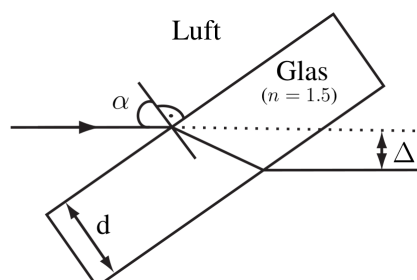
- Die skalare Helmholtz-Gleichung $(\Delta + k^2) u(r) = 0$ kann aus der skalaren Wellengleichung im Vakuum $\left(\frac{1}{\epsilon_0 \mu_0} \Delta - \partial_t^2\right) u(r, t) = 0$ mittels eines monochromatischen Ansatzes $u(r, t) = u(r) e^{i\omega t}$ und unter Einbeziehung der Dispersionsrelation $\omega^2 = c^2 k^2$ hergeleitet werden. Zeigen Sie, dass eine Kugelwelle $u(r) = \frac{\exp(ikr)}{r}$ für $r \neq 0$ Lösung der skalaren Helmholtz-Gleichung $(\Delta + k^2) u(r) = 0$ ist. *Hinweis:* Aufgrund der Radialsymmetrie der Kugelwelle bietet sich eine Lösung mit Hilfe des Laplace-Operators in Kugelkoordinaten an.

$$\Delta f = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin(\theta)} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin(\theta) \frac{\partial f}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2(\theta)} \frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2}$$

- Wie und warum weicht die Abstrahlcharakteristik eines Hertzschen Dipols von einer Kugelwelle ab?

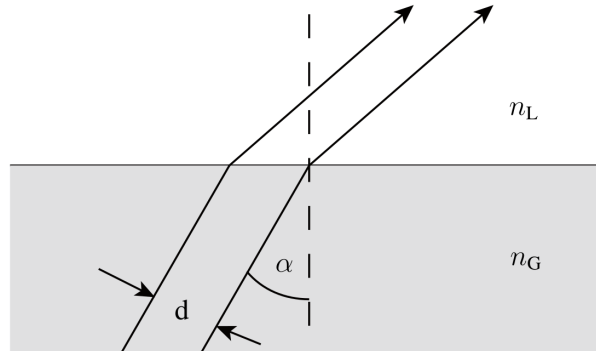
Aufgabe 3: Planparallele Platte

Ein Lichtstrahl erfährt beim Durchgang durch eine planparallele Glasplatte ($n = 1.5$) einen Versatz Δ senkrecht zur Ausbreitungsrichtung. Berechnen Sie diesen Versatz in Abhängigkeit von der Plattendicke d und dem Einfallswinkel α !



Aufgabe 4: Energieerhaltung an einer Grenzschicht

Ein Lichtbündel mit Durchmesser d (siehe Skizze) fällt unter einem Einfallswinkel von $\alpha = 30^\circ$ auf eine Grenzfläche Glas–Luft ($n_G = 1.5$, $n_L = 1$). Die Polarisation soll hierbei senkrecht zur Einfallsebene liegen.



- Berechnen Sie die elektr. Feldstärke im gebrochenen sowie reflektierten Strahl in Abhängigkeit vom einfallenden Feld E_e .
- Wie verhält sich für diesen Fall die Energieerhaltung? Berechnen Sie hierfür unter Berücksichtigung der Strahlquerschnitte, den Energiefluss des Lichtbündels für den einfallenden, sowie den gebrochenen und reflektierten Strahl.

Hinweis: Der Energiefluss (Leistung) pro Einheitsfläche ist durch den zeitlich gemittelten Betrag des Poynting-Vektors $\langle S \rangle = \frac{1}{2} \epsilon_0 c n E_0^2$ gegeben.

- Was geschieht, wenn der Einfallswinkel um 15° auf $\alpha = 45^\circ$ erhöht wird?