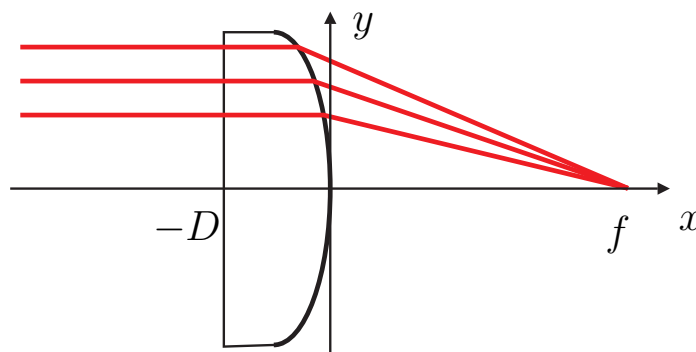


### Aufgabe 1: Asphäre

Das Fermatsche Prinzip besagt, dass Strahlen stets dem Pfad der maximalen/minimalen optischen Weglänge  $n \cdot l$  folgen. Eine Konsequenz dieses Prinzips ist, dass bei einer Abbildung die optische Weglänge für verschiedene Strahlwege zwischen Original- und Bildpunkt gleich ist. Hierdurch interferieren die verschiedenen Strahlen im Fokus konstruktiv. Diese Tatsache soll nun benutzt werden, um eine ideale Linse, die sämtliche Parallelstrahlen (auch achsenferne) in einen Punkt fokussiert, zu berechnen.

- a. Man berechne die Form einer solchen Linse (Asphäre) bei vorgegebener Brennweite  $f$  (Abstand zwischen Stirnfläche der Linse und Fokus) und Brechzahl des Linsenmaterials  $n$ . Man nehme dabei die Eintrittsfläche der Asphäre als eben an.



- b. Wie stark weicht die berechnete Asphäre bei einem Durchmesser von 4 cm und einer Brennweite von 5 cm von einer plan-konvexen (sphärischen) Linse der gleichen Brennweite ab, wenn man eine Brechzahl des Linsenmaterials von  $n = 1.5$  annimmt? Man nehme beide Flächen auf der optischen Achse als deckungsgleich an und gebe als Abweichung die Distanz der beiden Flächen parallel zur optischen Achse an!

### Aufgabe 2: Das Teleskop

Ein in der Praxis sehr wichtiges optisches System aus zwei Linsen (oder anderen „lin-senartigen Elementen“ wie sphärischen oder asphärischen Spiegeln) ist ein Teleskop. Das Charakteristikum dabei ist, dass der bildseitige Fokus  $F_1'$  des ersten Elements mit dem objektseitigen Fokus  $F_2$  des zweiten Elements übereinstimmen muss. Der Einfachheit halber werden hier dünne Linsen betrachtet, wobei eine Übertragung auf dicke Linsen oder Spiegel einfach möglich ist. Am Eingang des Teleskops sei ein bei Sternenlicht typisches paralleles Strahlenbündel vorhanden.

- a. Leiten Sie die Beziehung zwischen den Brennweiten  $f_1$  und  $f_2$  der beiden Linsen und deren Abstand  $d$  her, damit die obige Bedingung erfüllt ist. Beachten Sie,

dass ein Teleskop sowohl aus zwei Sammellinsen (Kepler-Fernrohr oder astronomisches Fernrohr) als auch aus einer Sammellinse und einer Zerstreuungslinse (Galilei-Fernrohr oder holländisches Fernrohr) bestehen kann. Zeichnen Sie den Strahlenverlauf in beiden Fällen und tragen Sie die Brennpunkte ein.

- b. Berechnen Sie die paraxiale Systemmatrix eines Teleskops von der ersten Linse zur zweiten Linse und diskutieren Sie den Fall, dass ein paralleles Strahlenbündel (Objektpunkt unendlich entfernt) mit dem Durchmesser  $\Delta x$  unter dem Winkel  $\varphi$  auf das Teleskop fällt. Rechnen Sie das Ganze mit der Matrixmethode durch und machen Sie es sich auch anschaulich durch Konstruktion der Strahlen in einer Grafik klar. Welches Strahlenbündel kommt aus dem Teleskop heraus (Winkel, Durchmesser)? Unterscheiden Sie wieder Kepler-Teleskop und Galilei-Teleskop und denken Sie an praktische Anwendungen wie Beobachtung astronomischer Objekte oder Strahlaufweitung.

### **Aufgabe 3: Fabry-Perot-Interferometer**

Eine Methode, um die Transmission durch ein Fabry-Perot-Interferometer herzuleiten, ist die Vielstrahlinterferenz. Eine ebene Welle treffe unter einem Winkel  $\theta$  auf das Interferometer. Im Inneren wird das Licht vielfach an den verspiegelten Innenseiten mit der Reflektivität  $r$  reflektiert, bevor es wieder austritt. Bei der Reflexion tritt ein Phasensprung  $\phi$  auf. Die Außenseite des Resonators sei perfekt antireflexbeschichtet, d.h. ihr Transmissionskoeffizient  $t'$  ist 1 und sie kann als Grenzfläche damit vernachlässigt werden.

- a. Leiten Sie eine Beziehung für die Feldkomponente  $E_n$  her, die nach  $n$  Reflexionen aus dem Interferometer tritt, in Abhängigkeit der einfallenden Feldstärke  $E$ .
- b. Das einfallende Feld hat als ebene Welle eine unendliche transversale Ausbreitung. Die transmittierte Feldstärke  $E_{tr}$  kann daher als Summe der Feldkomponenten  $E_n$  betrachtet werden. Zeigen Sie unter dieser Annahme, dass die transmittierte Intensität durch ein Fabry-Perot-Interferometer mit der Länge  $L$

$$I_{tr} = \frac{I}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2(kL \cos \theta + \phi)}$$

ist, wobei  $I$  die einfallende Intensität,  $R$  die Reflektivität der Spiegel, und  $k$  die Wellenzahl des einfallenden Lichts ist.

Tipp:  $\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x}$  für  $|x| < 1$  (geometrische Reihe).

- c. Geben Sie eine Beziehung für die Wellenlängen an, für die das Fabry-Perot-Interferometer resonant, d.h. die Transmission maximal ist. Bestimmen Sie den *freien Spektralbereich* des Resonators, d.h. den Frequenzabstand zwischen benachbarten Resonanzen.

