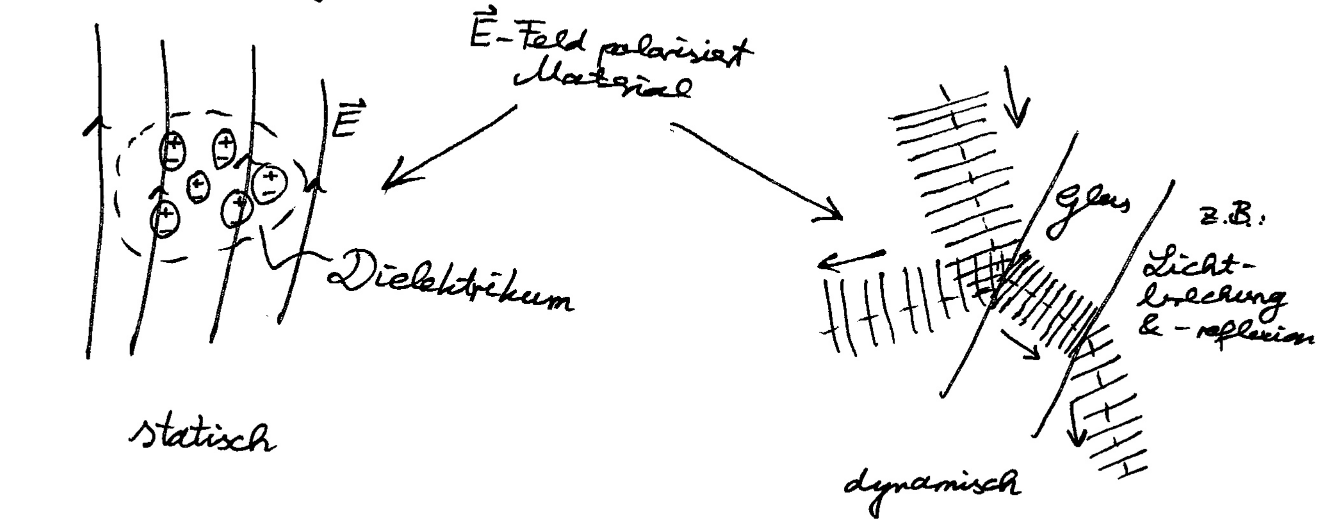
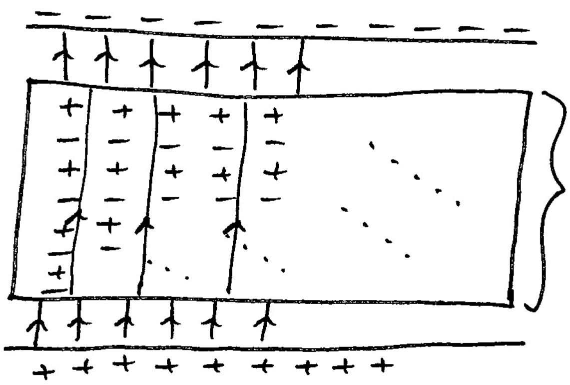
Maxwell-Glgen in Materie



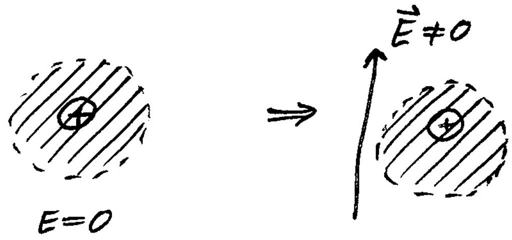
Polarisation



Dielektrikum im Kondensator: schwächt Feld ab!

$\vec{E}$-Feld induziert Dipole

z.B. für ein einzelnes Atom:



(e$^-$-Wolke verschiebt sich)

$$\vec{p} = \varepsilon_0 \alpha \vec{E}$$

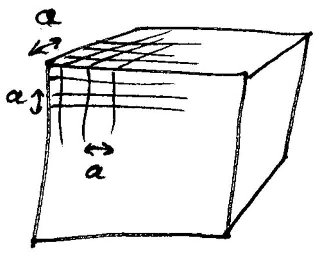
(Dipolmoment) Polarisierbarkeit (~ Volumen des Atoms)
(wird frequenzabhängig sein)

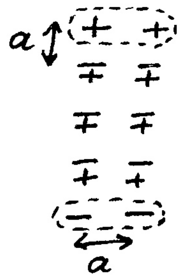
(manchmal: $\alpha^{\text{hier}} \cdot \varepsilon_0 \mapsto \alpha^{\text{dort}}$)

Definiere Polarisation P (Polarisationsdichte) via:

$$\vec{P} = \frac{\text{Dipolmoment}}{\text{Volumen}} \qquad \left(\text{Einheit: } \frac{\text{Ladung}}{\text{Fläche}}\right)$$

Einfacher Fall: Atome auf Gitter, Abstand a,
sei $\vec{p} = q \cdot a$ für jedes Atom



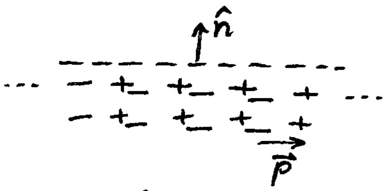


offenbar: neutral im Innern,
aber
Oberflächenladungsdichte

$$\sigma = \frac{q}{a^2} = \frac{qa}{a^3} = P$$

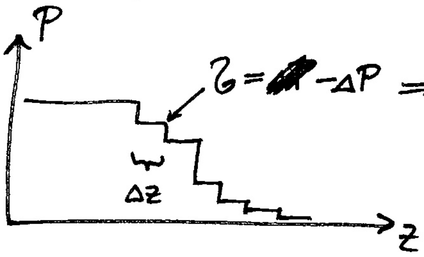
Das gilt auch, wenn
Ladungen nicht um a verschoben
(aber $\vec{p}$ trotzdem den gleichen
Wert hat, d.h. anderes q', a' mit
$qa = q'a'$)

Aber: <u>keine</u> Oberflächenladung für $\vec{P} \perp \hat{n}$ ← Normalenvektor



allg.: $\sigma = (\vec{P}_{innen} - \underbrace{\vec{P}_{außen}}_{\text{war hier } 0}) \cdot \hat{n}$

Was ist, wenn P sich kontinuierlich ändert?



$\sigma = -\Delta P \Rightarrow$ Volumenladungsdichte

$$\rho = \frac{\sigma}{\Delta z} = -\frac{\Delta P}{\Delta z} = -P'(z)$$

Allgemeinste Variante:

$$\boxed{\rho_{pol} = -\operatorname{div} \vec{P}}$$

↑ Polarisationsladungsdichte

$\Rightarrow$ unterscheide nur zwischen
"freien" Ladungen (z.B. außerhalb Medium)
und Polar. Ladungen

$$\rho = \rho_{frei} + \rho_{pol}$$

$\uparrow$ gesamte Ldgs.dichte

$$\Rightarrow \quad \operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} = \frac{\rho_{frei} + \rho_{pol}}{\varepsilon_0} = \frac{\rho_{frei}}{\varepsilon_0} - \frac{\operatorname{div} \vec{P}}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow \quad \operatorname{div} (\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) = \rho_{frei}$$

<u>Definiere</u> $\vec{D} \equiv \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$

"elektrische Flussdichte"

$$\boxed{\operatorname{div} \vec{D} = \rho_{frei}}$$

Benötigen zur Lösung: $\vec{D} = \vec{D}(\vec{E})$
oder $\vec{P} = \vec{P}(\vec{E})$

Einfachster Fall: <u>Linearer</u> Zusammenhang:

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi \vec{E}$$

$\uparrow$ elektrische <u>Suszeptibilität</u> des Materials
(kann auch Tensor sein & auch freq. abhängig)

relative Dielektrizitätskonstante:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \underset{\uparrow}{\equiv} \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E}$$

für lineare Relation $\vec{P}(\vec{E})$

also: $\varepsilon_r = 1 + \chi$

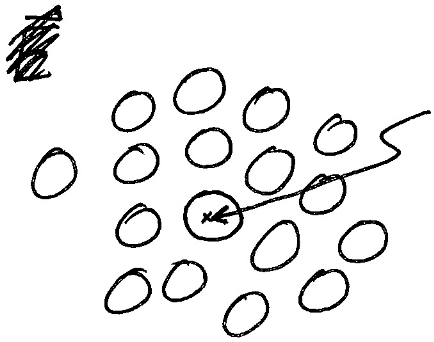
Im Gas:

$$\vec{P} = \underset{\substack{\downarrow \\ \text{Dichte} = \frac{\text{Atome}}{\text{Vol.}}}}{n} \cdot \vec{p} = n \cdot \varepsilon_0 \alpha \vec{E}$$

$$\Rightarrow \chi = n \cdot \alpha$$

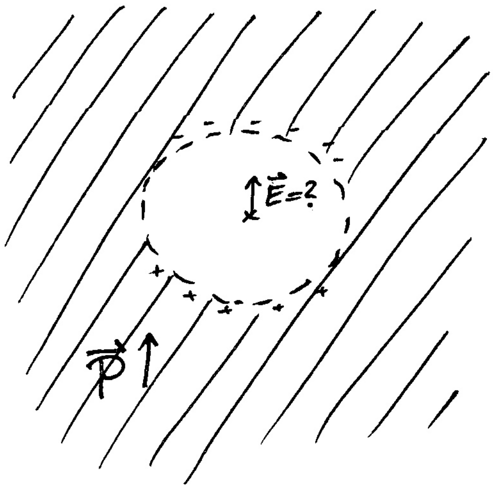
In Flüssigkeit oder isotropem Festkörper:

$\vec{P}$ beeinflusst selber wieder das Feld!



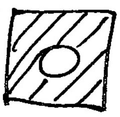
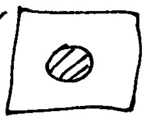
$\vec{E}_{\text{am Atom}} \neq \vec{E}$

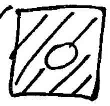
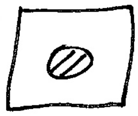
Korrekte Rechnung:

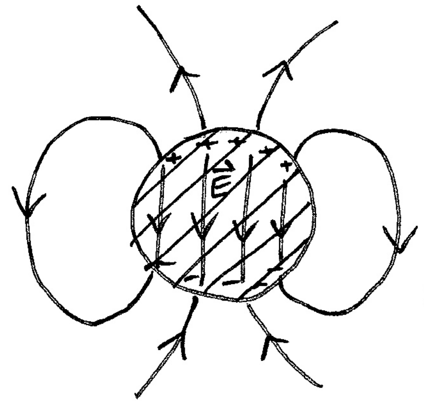


Berechne Feld in der Mitte eines kugelförmigen Hohlraumes in einem homogen polarisierten Medium!

Wir wissen:

$\vec{E} = \vec{E}\Big($  $\Big) + \vec{E}\Big($  $\Big)$

$\Rightarrow \vec{E}_{\text{am Atom}} = \vec{E}\Big($  $\Big) = \vec{E} - \vec{E}\Big($  $\Big)$



Feld einer homogen polarisierten Kugel: außen Dipolfeld, innen

$$\vec{E}(\boxed{\oslash}) = -\frac{1}{3}\frac{\vec{P}}{\varepsilon_0}$$

($\vec{P}$ zeigt hier nach oben)

$$\Rightarrow \quad \vec{E}_{\text{am Atom}} = \vec{E} + \frac{1}{3}\frac{\vec{P}}{\varepsilon_0}$$

$$\vec{P} = n\,\varepsilon_0\,\alpha\,\vec{E}_{\text{am Atom}}$$

$$\Rightarrow \vec{E}_{\text{am Atom}} = \frac{\vec{E}}{1-\frac{1}{3}n\alpha}$$

bzw.

$$\chi = \frac{n\alpha}{1-\frac{1}{3}n\alpha} \qquad (\to n\alpha \text{ für } n\alpha \to 0)$$

& $\varepsilon_r = 1+\chi$

"Clausius-Mossotti-Glg."

andere Form:

$$\frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 2} = \frac{1}{3}n\alpha$$

Was passiert für $n\alpha \to 3$??

"Ferroelektrizität"

spontane Polarisierung